두개의 스튜어트 플랫폼을 이용한 병렬형 신 압연기의 조작성 해석

Manipulability Analysis of a New Parallel Rolling Mill Based upon Two Stewart Platforms

이 준 호, 홍 금 식*
(Jun-Ho Lee and Keum-Shik Hong)

Abstract : The manipulability analysis of the parallel-type rolling mill proposed in Hong *et al*. [1] is re-visited. The parallel rolling mill uses two Stewart platforms in opposite direction for the generation of 6 degree-of-freedom motions of each roll. The objective of this new parallel rolling mill is to permit an integrated control of the strip thickness, strip shape, pair crossing angle, uniform wear of rolls, and tension of the strip. New forward/inverse kinematics problems, in contrast with [1], are formulated. The forward kinematics problem is defined as the problem of finding the roll-gap and the pair-crossing angle of two work rolls for given lengths of twelve legs. On the other hand, the inverse kinematics problem is defined as the problem of finding the lengths of twelve legs when the roll-gap, the pair-crossing angle, and the position and orientation of one work roll are given. The method of manipulability analysis used in this paper follows the spirit of [1]. But, because the rolling force and moment exerted from both upper and lower rolls have been included in the manipulability analysis, more accurate results than the use of a single platform can be achieved. Two kinematic parameters, the radius of the base and the angle between two neighboring joints, are optimally designed by maximizing the global manipulability measure in the entire workspace.

Keywords : parallel manipulator, forward and inverse kinematics, stewart platform, rolling mill, jacobian matrix, manipulability.

I. 서론

연속압연(continuous casting)공정이란 판재(후판)를 여러 개의 압연스탠드로 구성된 압연롤을 통과시킴으 로써 판재의 두께를 다단계로 감소시켜 최종의 박판(thin strip)제품을 만드는 연속공정이다. 현재의 하나의 압연기 스탠드에는 강철스트립(steel strip, 강판)을 압연하는 두개의 작업롤(work roll)과 작업롤의 변형을 지지해 주는 두개의 지지롤(backup roll)이 있으며, 압연량(판의 두께)을 조절하기 위하여 상부의 롤을 수직방향으로 이동시키기 위한 두개의 유압실린 더와 판의 횡방향으로도 균일한 판 두께를 얻기 위하여 작업롤 쌍을 어긋나게 배치시키기 위한 수평방향의 두개의 유압실린더로 구성되어 있다. 두개의 작업롤을 어긋나게 배치시키는 이유는 압연 시 롤의 변형(즉, 중앙부가 양 끝단에 비해 처짐량이 큼)으로 인하여 판의 중앙부가 좌우 끝단에 비하여 두꺼워 질 수 있는데, 이를 방지하기 위하여 상/하부의 롤을 약간 어긋나게 배치시킴으로서 끝단부의 눌림량 이 중앙부의 눌림량보다 약간 작게 함으로써 판재의 횡단면 방향으로 균일한 압연효과를 얻을 수 있다. 이와 같이 두개의 작업롤을 어긋나게 배치시키는 것을 롤교차(roll pair-crossing)라고 부른다. 압연 중 롤교차 각도, 압연력, 축력, 롤간격(roll gap) 등은 압연변수들로 써 서로 결합되어 압연기의 동특성에 영향을 미친다.

현재의 압연설비에서는 압연 시작 전 압연재료에 따라 스트립의 두께와 롤교차 각도가 설정되면, 압연공정 도중에는 롤의 회전속도와 장력제어를 위한 루퍼(looper)의 각도만이 조절될 수 있다. 따라서, 잘못 설정된 롤간격과 롤교차 각도로 인하여 불량한 판재가 발생되더라도 전 생산라인을 중지하지 않는 한 즉각적 인 실시간 수정은 불가능하다. 또한, 현재의 압연기의 구조에서 롤간격과 롤교차를 실시간으로 제어할 수 있게 시설을 보완한다 하더라도, 각각의 작업롤은 3자유도 운동 즉, 수직방향으로의 이동, 수평면에서의 롤의 회전, 그리고 롤 자체의 회전운동만을 하게 되어 판두께, 판형상, 롤의 균일 마모, 장력 등을 통합적으 로 제어하는 것은 불가능하다.

위와 같은 문제점을 해결하기 위하여 병렬형 머니퓰레이터(parallel manipulator) 형태에 기초한 새로운 압연기에 대한 연구가 이미 제안된바 있다[1]. 제안된 새로운 개념의 병렬형 신 압연기는 잘 알려진 스튜어트 플랫폼[2-5] 머니퓰레이터에 기반을 두고 있으며, [1]에서도 조작성해석을 통한 최적의 설계변수들이 연구된 바 있다. 그러나, [1]에서는 하나의 플랫폼에 대해서만 검토되었으므로 실제의 압연공정에 관하여 충분히 검토하지 못했다는 부족함 이 있다.

병렬형 머니퓰레이터는 직렬형 머니퓰레이터와 비교하였을 때 구조적으로 강성이 크고, 응답이 빠르며 위치정밀도가 뛰어나다는 장점이 있다. 또한, 6개의 유압실린더를 병렬로 사용함으로써 압연하중을 분산시켜 고부하를 견딜 수 있고, 작업롤의 6자유도 운동으로 인하여 스트립의 두께, 형상, 롤의 균일마모 및 스트립의 장력제어가 통합적으로 가능하다

* 책임저자(Corresponding Author)
논문접수 : 2003. 2. 24., 채택확정 : 2003. 7. 30.
이준호: 부산대학교 지능기계공학과 (junho766@pusan.ac.kr)
홍금식: 부산대학교 공과대학 기계공학부(kshong@pusan.ac.kr)
※ 본 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 과제번호 KRF 2001-041-E00075의 지원에 의하여 연구되었음.

는 장점이 있다. 따라서, 제안된 새로운 개념의 병렬구조는 기존의 압연시스템을 대체할 수 있는 차세대 압연 기술이라 할 수 있다.

본 논문에서는 두개의 압연롤이 맞닿는 압연상황에 적합한 스튜어트 플랫폼형 압연기의 기구학적 설계를 목표로 한다. 기구학적인 설계라 함은 압연롤의 길이가 주어졌을 때 압연스탠드의 크기를 결정하는 것으로써, 압연롤의 크기에 비례하는 상판(platform)의 반경이 결정되었을 때, 하판(base)의 반경과 조인트의 배치 각도, 작동기의 길이 등을 결정하는 것을 포함한다. 병렬형 압연기의 기구학적 설계에 있어서 만약 [1]에서와 같이 한쪽의 스튜어트 플랫폼만을 대상으로 하여 입출력 전달특성이 좋게 된 설계변수들 을 양쪽(아래/위)의 플랫폼에 모두 적용한다면 압연상 황이 충분히 고려된 것이라 할 수 없다. 왜냐하면 압연상황은 아래쪽의 작업롤과 위쪽의 작업롤이 맞닿아 강판의 균일한 두께를 얻어내는 과정이므로 아래쪽에 위치한 작업롤의 운동이 위쪽에 위치한 작업롤에 어떠한 영향을 미치는가를 고려하지 않았기 때문이다. 그러므로 압연상황을 충분히 고려하기 위해 서는 두개의 스튜어트 플랫폼이 아래쪽과 위쪽에 대칭으로 배치된 상태에서 기구학적인 모든 해석이 이루어져야 한다. 이때 각각의 스튜어트 플랫폼은 상판과 하판 그리고 상/하판을 연결하는 6개의 미끄럼 관절(prismatic joint)로 표시되는 유압실린더와 상/하판 과 유압실린더를 연결하기 위한 유니버셜 조인트로 구성된다.

병렬형 압연기의 최적구조를 찾아내기 위해서, 먼저 압연시의 작업롤의 운동이나 작업공간 그리고 압연롤 에 발생하는 속도/각속도와 힘/모멘트 등을 이용하여 압연공정에 적합한 기구학적 구속조건식을 유도한다. 그리고 제안되는 병렬형 신 압연기의 역기구학(inverse kinematics)과 정기구학(direct kinematics)을 새롭게 정의 하기 위하여 압연이 진행중인 상황 즉, 아래쪽의 작업롤과 위쪽의 작업롤이 맞닿아 있는 상황에 대해서 구속조건식을 유도한다. 기구학적 구속조건식으로부터 속도-자코비안행렬(velocity-Jacobian matrix)을 유도하고, 이것을 이용하여 힘-자코비안행렬이 유도되며 이러한 자코비안행렬들은 조작성해석에 이용된다. 본 논문에 서 논의되는 조작성해석은 속도-자코비안행렬과 힘-자코비안행렬을 4개의 가중자코비안행렬로 나누어 각각의 가중자코비안행렬로부터 조작성타원체의 체적 (manipulability ellipsoid volume)과 조건수(condition number)를 구해 이것의 조합으로 새로운 조작성지수를 정의한다. 그리고 압연공정 시 작업공간 내에서 정의된 조작성지수가 최대가 되도록 병렬형 압연기의 기구학적 파라미터들을 결정한다. 또한, 하나의 스튜어트 플랫폼만을 설계대상으로 하여 얻은 결과 [1]와 본 논문에서 제안되는 두개의 스튜어트 플랫폼을 대상으로 하여 얻은 결과를 상호 비교함으로써 보다 완전한 결과를 얻고자 한다.

논문의 구성은 다음과 같다. I절의 서론에 이어, II절에서 먼저 병렬형 신 압연기의 구조와 좌표계의 설정에 관해 논의한다. III절에서는 병렬형 압연기의 기구학적 구속조건식을 유도하고, 이것으로부터 정기 구학 및 역기구학 관계식들을 유도한다. IV절에서는 유도된 기구학적 구속조건식으로부터 자코비안행렬을 유도하고, 병렬형 압연기의 작업공간에 관해 논의한다. V절에서는 병렬형 신 압연기의 조작성에 관하여 해석 하고, 이것을 바탕으로 기구학적 최적 설계파라미터의 값들을 선정한다. 마지막으로 VI절에서는 본 논문의 결론이 기술된다.

II. 병렬형 신 압연기의 구조

그림 1은 연속압연공정의 개략도이다. 압연이란 회전하는 두개의 원통형 롤 사이에 스트립을 밀어넣어 롤에 압력을 가하여 스트립을 더 얇게 만드는 과정을 말한다. 압연 시 사용되는 스트립의 온도가 어느 정도이냐에 따라 열간압연 공정(재결정온도 이상)과 냉간압연 공정(재결정온도 이하)으로 나뉘어진다[6]. 주조공정에서 제조된 슬라브는 가열로(reheating furnance)를 통해 열간압연이 가능한 온도(1250-1300 ^{0}C)까지 가열되고, 이때 가열된 슬라브 위에는 산화된 스케일(scale)이 생기게 되는데 고압수를 분사하여 스케일을 제거하게 된다. 두꺼운 슬라브는 한번에 원하는 두께로 압연할 수 없기 때문에 조압연기 (roughing mill)로 적당한 두께로 압연을 한 후, 마무리압연기(finishing mill)로 원하는 두께로 압연을 하게 된다. 이때 두께제어에는 X-선 두께측정기가 이용되며, 압연기와 압연기 사이에 루퍼가 있어 스트립이 겹쳐지거나 끊어지지 않게 장력을 조절한다.

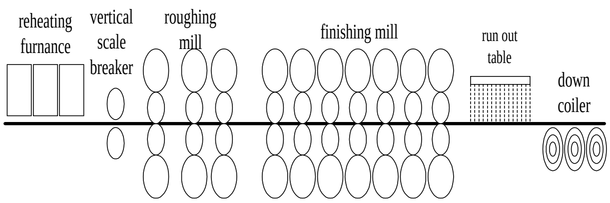


그림 1. 연속압연공정의 개략도.

Fig. 1. A schematic of the continuous rolling mill facility.

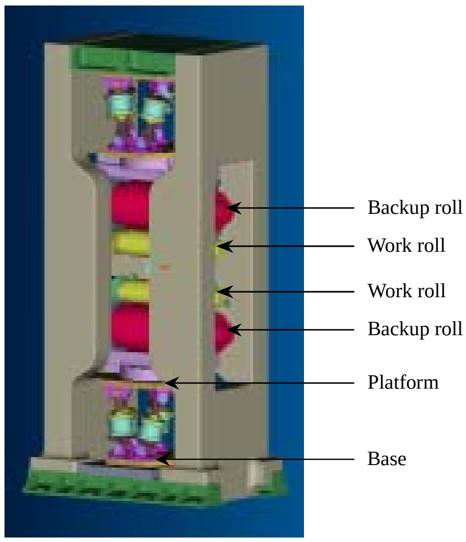


그림 2. 두개의 스튜어트 플랫폼에 바탕을 둔 병렬형 신 압연기의 개념도.

Fig. 2. The new parallel rolling mill based upon two Stewart platforms.

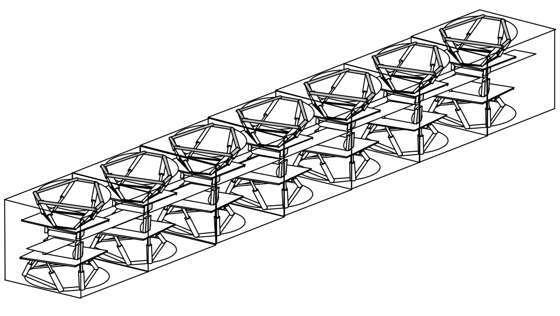


그림 3. 제안되는 병렬형 신 압연기를 사용한 다단계 연속 압연공정의 개념도.

Fig. 3. The proposed new continuous rolling process using seven parallel rolling mills.

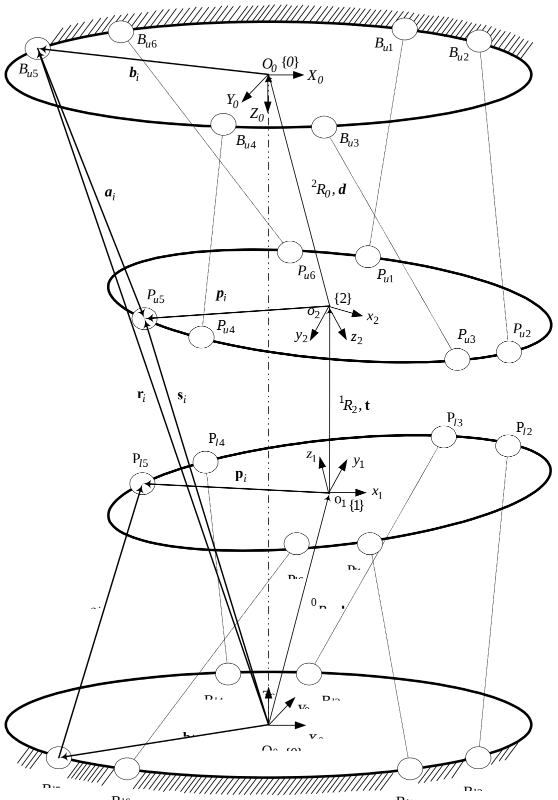


그림 4. 병렬형 신 압연기의 좌표계 설정.

Fig. 4. The coordinate systems introduced for the new parallel rolling mill.

이렇게 마무리압연기를 거쳐 나온 스트립은 뜨겁고 길기 때문에, 수냉장치로 스트립을 적절한 온도까지 낮추고, 출하를 위해 권취기(down coiler)로 감게 된다.

그림 2는 병렬형 신 압연기를 보이고 있다. 하나의 스탠드에는 두개의 스튜어트 플랫폼이 있어야 하며 아래쪽 플랫폼에 붙은 작업롤과 윗쪽 플랫폼에 붙은 작업롤이 서로 맞보는 구조이여야 한다. 각각의 6자유도 스튜어트 플랫폼은 고정된 하판과 움직이는 상판이 6개의 작동기로 연결되어 폐루프 구조를 형성하고 있으며, 상판의 운동은 작동기의 길이변화에 따라 가능하다. 그림 3은 병렬형 신 압연기를 사용한 다단계 연속압연공정의 개념도를 보이고 있다.

그림 4는 병렬형 신 압연기의 좌표계의 설정을 보여준다. 먼저, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 좌표계 설정에 관하여 기술하면 다음과 같다. 하판에 부착된 {0} 좌표계는 고정된 좌표계로써 $X_0 - Y_0 - Z_0$ 좌표축 으로 나타내며, 원점 O_0 은 하판의 중심에 위치하고 있고, 상판에 부착된 {1} 좌표계는 이동좌표계로써 $x_1 - y_1 - z_1$ 좌표축으로 나타내고 원점 o_1 은 상판의 중심에 부착되어 있다. 하판의 6개의 관절과 상판의 6개의 관절들을 각각 B_i 와 P_i $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 으로 표기한다. 상/하판의 관절들까지의 위치벡터들은 $\mathbf{b}_i = \overline{\mathrm{O}_0\mathrm{B}_i}$ 와 $\mathbf{p}_i = \overline{\mathrm{o}_1\mathrm{P}_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 이고, 하판의 관절들로부터 상판의 관절들까지의 벡터 즉, 작동기를 나타내는 벡터는 $\mathbf{a}_i = \overline{\mathrm{B}_i\mathrm{P}_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 이다. 하판의 고정좌표계 {0} 으로부터 상판의 이동좌표계 {1} 까지의 회전변환 관계는 회전행렬 $^0R_1$ 로, 병진변환 관계는 위치벡터 $\mathbf{d} = \overline{\mathrm{O}_0\mathrm{o}_1} = [\mathrm{d}_X \quad \mathrm{d}_Y \quad \mathrm{d}_Z]^T$ 로 나타낸다.

위쪽의 스튜어트 플랫폼에 관한 표기법은 아래쪽 스튜어트 플랫폼에서와 유사하게 적용한다. 대신, 아래쪽 스튜어트 플랫폼에 관련된 변수들이 똑바로 쓰여졌는데 비하여, 윗쪽 스튜어트 플랫폼에 관련된 변수들은 이탤릭으로 쓰기로 한다. 상부 하판에 부착 된 *{0}* 좌표계는 고정좌표계로써 $X_0 - Y_0 - Z_0$ 좌표축으 로 나타내며, 아래쪽 하판의 좌표계 $X_0 - Y_0 - Z_0$ 에 대하여 $R_{X_0}(\pi)$ 만큼 회전되어 있다. 원점 O_0 는 하판의 중심에 위치하고 있고, 상판에 부착된 {2} 좌표계는 이동좌표계로써 $x_2 - y_2 - z_2$ 좌표축으로 나타내며 원점 o_2 는 상판의 중심에 부착되어 있다. 하판의 6개의 관절과 상판의 6개의 관절은 각각 B_i 와 P_i $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 으로 표기한다. 또한, 상/하판의 관절들의 위치벡터들은 $\boldsymbol{p}_i = \overline{o_2P_i}$ 와 $\boldsymbol{b}_i = \overline{O_0B_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 로 나타낸다. 따라서, 작동기를 나타내는 벡터는 $\boldsymbol{a}_i = \overline{B_iP_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 가 된다. 상판의 이동좌표계 {2} 로부터 하판의 고정좌표계 *{0}* 까지의 회전변환 관계는 회전행렬 $^2R_0$ 로, 병진변환 관계는 위치벡터 $\boldsymbol{d} = \overline{o_2O_0} = [d_x \quad d_y \quad d_z]^T$ 로 표기한다.

압연 시 두개의 스튜어트 플랫폼의 운동은 서로 독립적이지 못하므로, 즉, 서로 맞닿아 있어야 하므로, 이것의 기구학적 구속조건식을 유도하기 위하여 $\mathbf{r}_i = \overline{\mathrm{O}_0B_i}$ 와 $\mathbf{s}_i = \overline{\mathrm{O}_0P_i}$ $(i = 1, 2, \cdots, 6)$ 를 도입하며, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 하판의 중심과 위쪽 스튜어트 플랫폼의 하판의 중심을 연결하는 벡터는 상수벡터로써 $^O\mathbf{d}_O = \overline{\mathrm{O}_0O_0}$ 로 표기한다. 두개의 상판들끼리의 회전변환 관계는 $^1R_2$ 로, 병진변환 관계는 $\mathbf{t} = [t_x \quad t_y \quad t_z]^T$ 로 나타낸다. 즉, $\mathbf{t}$ 는 강판의 두께

를 나타낸다.

끝으로, 아래쪽 스튜어트 플랫폼에 있어서 상판의 하판에 대한 자세는 ${}^0R_1 = R_{Z_0}(\gamma)R_{Y_0}(\beta)R_{X_0}(\alpha)$ 로써 α, β, γ 의 고정각도(fixed angle representation)로 나타내 고, 같은 방법으로 위쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 하 판에 대한 자세 ${}^0R_2 = R_{Z_0}(\gamma')R_{Y_0}(\beta')R_{X_0}(\alpha')$ 로써 α', β', γ' 의 고정각도로 나타내기로 한다. 따라서, α, β, γ 및 α', β', γ' 은 상판의 하판에 대한 롤링 (rolling), 피칭(pitching), 그리고 요잉(yawing) 운동을 나타낸다. ${}^1R_2$ 는 ${}^0R_1$ 과 ${}^0R_2$ 에 의해 상대적으로 결정되는 회전변환행렬이다.

III. 병렬형 압연기의 기구학해석

본 절에서는 병렬형 신 압연기의 기구학적 구속조건식의 유도와 역기구학 및 정기구학에 관해 논의한다.

1. 기구학적 구속조건식의 유도

단일 스튜어트 플랫폼의 경우 정기구학 문제란 6개의 작동기의 길이가 주어졌을 때 상판의 6자유도 운동을 나타내는 상판 중심까지의 병진변위와 상판의 회전변환행렬을 유도하는 문제이다. 본 논문에서는 아래/위쪽의 두개의 스튜어트 플랫폼을 동시에 고려하여야 하기 때문에 즉, 압연이 진행되고 있는 상황을 고려하여야 하기 때문에, 두개의 작업롤들이 서로 맞닿은 상태에서 관계식이 유도되어야 한다. 즉, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 작동기의 길이변화에 의해 발생되는 아래쪽 상판의 운동이 위쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 운동에 영향을 미칠 수 있기 때문에 각각의 상판들의 운동은 완전히 독립적인 운동이 아니라, 하나의 폐루프로 구성되는 종속적인 운동으로 보아야 한다. 그러므로 병렬형 신 압연기의 기구학해석은 하나의 스튜어트 플랫폼에 관해 각각 해석하기 보다는 아래/위쪽 스튜어트 플랫폼을 동시에 연결하는 기구학적 구속조건식을 유도하여 해석하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

우선, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 작동기 벡터 $\mathbf{a}_i$ 는 기구학 관계식으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{d} - \mathbf{b}_i + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6. \tag{1}$$

${}^1\mathbf{p}$ 의 왼쪽에 나타나는 윗첨자 1은 {1} 좌표계를 의미한다. 즉, 벡터가 기술되는 기준이 되는 좌표계가 무엇인가가 명확할 때는 그 기준이 되는 좌표계를 표기하지 않지만, 오해의 소지가 발생할 수 있는 곳에는 ${}^1\mathbf{p}$ 에서와 같이 표기하기로 한다. 또한, 그림 4에서 $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{s}_i$ 벡터는 아래와 같이 표기된다.

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{d} + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{d} + {}^0R_0\,\boldsymbol{b}_i, \tag{2}$$

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{d} + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6. \tag{3}$$

따라서, 위쪽 스튜어트 플랫폼의 작동기벡터 $\boldsymbol{a}_i$ 는 다음과 같이 표기된다.

$$\boldsymbol{a}_i = -\mathbf{r}_i + \mathbf{s}_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6. \tag{4}$$

(4)에 (2)와 (3)를 대입하면

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_i &= -(\mathbf{d} + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{d} + {}^0R_0\,\boldsymbol{b}_i) \\ &\quad + \mathbf{d} + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i \\ &= {}^0R_2(-{}^2\boldsymbol{d} - {}^2R_0\boldsymbol{b}_i + {}^2\boldsymbol{p}_i),\ i = 1, 2, \ldots, 6\end{aligned} \tag{5}$$

이 된다. 여기서 (5)의 양변에 $({}^0R_2)^{-1}$ 를 곱하면

$$({}^0R_2)^{-1}\boldsymbol{a}_i = -{}^2\boldsymbol{d} - {}^2R_0\,\boldsymbol{b}_i + {}^2\boldsymbol{p}_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6 \tag{6}$$

이 되고, 정리하면

$${}^2\boldsymbol{d} = -{}^2R_0\,\boldsymbol{b}_i + {}^2\boldsymbol{p}_i - ({}^0R_2)^{-1}\boldsymbol{a}_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6 \tag{7}$$

이 얻어진다. 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 고정좌표계의 원점 O_0 과 위쪽 스튜어트 플랫폼의 고정좌표계의 원점 O_0 까지의 벡터 ${}^0\mathbf{d}_0$ 는 다음과 같이 표현된다.

$${}^0\mathbf{d}_0 = \mathbf{d} + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{d} \tag{8}$$

이 된다. 여기서 두개의 스튜어트 플랫폼의 전체 폐루프를 구성하는 관계식을 찾기 위해서 (1)의 $\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}$ 와 (7)의 ${}^2\boldsymbol{d}$ 을 (8)에 대입하면

$$\begin{aligned}{}^0\mathbf{d}_0 &= \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i - {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}_i\ {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} - {}^0R_0\boldsymbol{b}_i + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{a}_i, \\ i &= 1, 2, \ldots, 6\end{aligned} \tag{9}$$

이 얻어진다. 따라서 $\boldsymbol{a}_i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_i &= \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i - {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}_i + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} - {}^0R_0\boldsymbol{b}_i + {}^0R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i - {}^0\mathbf{d}_0, \\ i &= 1, 2, \ldots, 6\end{aligned} \tag{10}$$

(10)은 병렬형 압연기의 기구학적 구속조건식이며, ${}^0\mathbf{d}_0$ 는 스탠드의 높이에 의해 결정되는 상수벡터이다.

2. 역기구학 해석

병렬형 신 압연기의 역기구학 해석에 앞서, 관절의 배치를 살펴보면 그림 5와 같다. 그림 5처럼 관절들을 배치하는 이유는 두개의 병렬형 머니퓰레이터에서 발생할 수 있는 기구학적 특이점(kinematic singularity)을 회피하기 위해서 이다 [7-12]. 각각의 스튜어트 플랫폼의 좌표계들의 원점들은 하판과 상판의 중심에 위치해 있으며, 인접한 두 관절들을 수직이등분 하는 축은 관절의 대칭적인 배치를 위해 120^0 간격으로 벌어져 있다. 수직이등분하는 축과 관절이 이루는 각도는 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 경우에 ϕ_{lb} 와 ϕ_{lp} 라 하고, 위쪽 스튜어트 플랫폼의 경우는 ϕ_{ub} 와 ϕ_{up} 로 한다.

본 논문에서의 설계파라미터는 주어진 상판의 반경에 대하여 하판의 반경(r_{lb})과 두 관절들 사이의 각도(ϕ_{lb})이며, 설계의 편의를 위하여 아래/위 대칭적인 구조로 한다. 즉, 설계변수는 하판의 반경 $r(= r_{lb} = r_{ub})$ 과 관절사이의 각도 $\phi(= \phi_{lb} = \phi_{lp} = \phi_{ub} = \phi_{up})$ 이다. 이러한 과정은 결국, 병렬형 압연기의 조작성을 최대로 하기 위한 각각의 하판의 크

기와 관절 사이의 각도를 최적화 하는 것이 된다.

병렬형 신 압연기의 역기구학 문제는 "하나의 작업롤의 위치와 방향 그리고 압연량 및 롤교차 각도가 주어졌을 때 기구학적 구속조건식을 이용하여 아래쪽 및 위쪽 스튜어트 플랫폼의 12개의 작동기의 길이를 구하는 문제"로 정의한다. 이는 두개의 스튜어트 플랫폼 각각에 대하여 상판의 위치와 방향이 주어졌을 때 6개의 작동기의 길이를 각각 구하는 문제와 동일한 문제이다. 왜냐하면, 하나의 롤의 위치와 방향 그리고 압연량과 롤교차 각도가 주어지면 다른 롤의 위치와 방향도 얻어지기 때문이다. 즉, 주어진 $\mathbf{d}$ 와 ${}^0R_1$ 에 대하여 $\mathbf{a}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, 6$)를 구하 고 또 다른 $\boldsymbol{d}$ 와 ${}^2R_0$ 에 대해서 $\boldsymbol{a}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, 6$) 를 구하는 문제이다.

이제, $\mathbf{d}, {}^0R_1, \mathbf{t}$ (압연량), ${}^1R_2$ (요구되는 롤교차 각도) 등이 주어졌다고 가정한다. 따라서, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 작동기의 길이는 (1)로부터 다음과 같다.

$$\|\mathbf{a}_i\|^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{b}_i + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}_i) \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{b}_i + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{p}_i), \quad (i = 1, 2, \ldots, 6) \tag{11}$$

여기서 $\mathbf{b}_i = [r_{lb}\cos\theta_{lb} \quad r_{lb}\sin\theta_{lb} \quad 0]^T$, $\mathbf{p}_i = [r_{lp}\cos\theta_{lp} \quad r_{lp}\sin\theta_{lp} \quad 0]^T$, ($i = 1, 2, \ldots, 6$)이다. 또한, (1)을 (10)에 대입하면

$$\boldsymbol{a}_i = {}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i - {}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2R_0\,{}^0\boldsymbol{b}_i + {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + \mathbf{d} - {}^0\mathbf{d}_0 \tag{12}$$

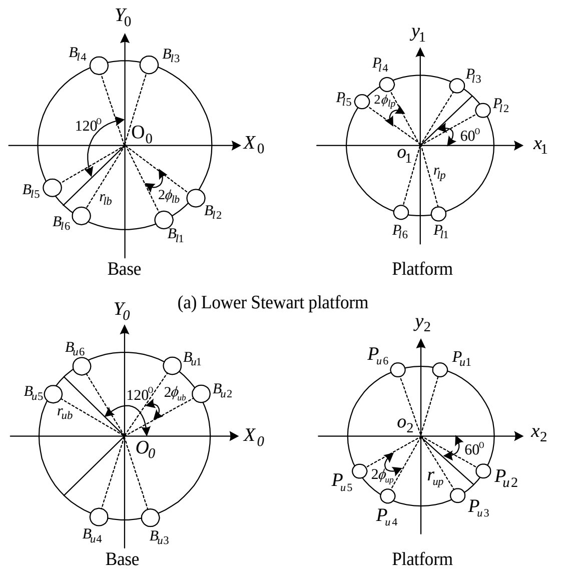
이 얻어진다. 여기서 $\boldsymbol{b}_i = [r_{ub}\cos\eta_{ub} \quad r_{ub}\sin\eta_{ub} \quad 0]^T$, $\boldsymbol{p}_i = [r_{up}\cos\eta_{up} \quad r_{up}\sin\eta_{up} \quad 0]^T$, ($i = 1, 2, \ldots, 6$)이다. 따라서 윗쪽 스튜어트 플랫폼의 작동기의 길이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{a}_i\|^2 &= ({}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i - {}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2R_0\,{}^0\boldsymbol{b}_i \\ &+ {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + \mathbf{d} - {}^0\mathbf{d}_0) \cdot ({}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2\boldsymbol{p}_i - {}^0R_1\,{}^1R_2\,{}^2R_0\,{}^0\boldsymbol{b}_i \\ &+ {}^0R_1\,{}^1\mathbf{t} + \mathbf{d} - {}^0\mathbf{d}_0), \quad i = 1, 2, \ldots, 6.\end{aligned} \tag{13}$$

3. 정기구학 해석

단일 스튜어트 플랫폼의 정기구학 문제는 6개의 작동기의 길이들이 주어졌을 때, 상판의 위치와 방향을 구하는 문제이다. 병렬형 메커니즘의 경우 정기구학 관계식의 비선형적인 특성으로 인해 정기구학 문제의 해는 유일하지 않다. 또한, 정기구학 해를 수치적으로 구할 수는 있지만, 해석적인 해를 얻기 위하여 연구자들이 여분의 센서를 사용하는 방법 등을 택하고 있다[13-15].

본 논문에서의 정기구학 문제는 일차적으로는 12개의 작동기의 길이가 주어졌을 때 두개의 압연롤의 위치와 방향을 구하는 문제이며, 따라서 주어진 두개의 압연롤의 위치와 방향을 사용하여 현재의 롤간격과 롤교차 각도를 계산하는 문제로 정의한다. 따라서 본 논문에서는 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 6개의 작동기 길이로부터 아래쪽 상판의 위치($\mathbf{d}$)와 방향 (${}^0R_1$)이 계산되고, 또한 위쪽 스튜어트 플랫폼의 6개의 작동기의 길이로부터 위쪽 상판의 위치($-\boldsymbol{d}$)와 방향(${}^0R_2$)이 계산된다.



(a) Lower Stewart platform

(b) Upper Stewart platform

그림 5. 병렬형 신 압연기의 관절 배치도.

Fig. 5. Joints arrangement in the lower and upper Stewart platforms.

위쪽 스튜어트 플랫폼의 하판좌표계는 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 하판좌표계{0} 의 X_0 축에 대해 180^0 회전된 방향이므로, ${}^0R_0$ 를 두 하판좌표계 사이 의 회전행렬이라 하면 ${}^0R_0 = {}^2R_0\,{}^1R_2\,{}^0R_1$ 이 되고, 두 압연롤 사이의 회전행렬은 다음과 같다.

$${}^1R_2 = ({}^2R_0)^{-1}\,{}^0R_0\,({}^0R_1)^{-1}. \tag{14}$$

또한, 주어진 12개의 작동기의 길이로부터 $\mathbf{d}, {}^0R_1, \boldsymbol{d}, {}^0R_2$ 이 주어지면, (10)과 (14)로부터 롤간격 $\mathbf{t}$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}{}^1\mathbf{t} &= ({}^0R_1)^{-1}(\boldsymbol{a}_i - \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i + {}^0d_0) + {}^1\mathbf{p}_i \\ &+ (({}^2R_0)^{-1}\,{}^0R_0\,({}^0R_1)^{-1})({}^2R_0\boldsymbol{b}_i) \\ &- (({}^2R_0)^{-1}\,{}^0R_0\,({}^0R_1)^{-1}))({}^2\boldsymbol{p}_i), \\ &i = 1, 2, \ldots, 6.\end{aligned} \tag{15}$$

그러므로 병렬형 신 압연기의 정기구학 문제는 12개의 작동기의 길이를 알 때, 작업롤들의 상대적인 방향은 (14)이고, 상대위치는 (15)로 표현된다.

IV. 병렬형 압연기의 자코비안행렬과 작업공간

본 절에서는 병렬형 신 압연기의 속도-자코비안 행렬과 힘-자코비안행렬을 유도하고 작업공간을 정의 한다. 우선, 단일 스튜어트 플랫폼의 경우 속도-자코비안행렬은 6개의 작동기의 선속도로부터 상판의 선속도와 각속도를 계산할 수 있는 변환행렬이다. 또한 힘/모멘트-자코비안행렬은 6개의 작동

기에 가하는 힘으로부터 상판에서 발생되는 힘과 모멘트를 계산할 수 있는 변환행렬이다[1].

본 논문에서 제안되는 속도-자코비안행렬은 12개의 작동기의 선속도로부터 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 선속도와 각속도를 계산할 수 있을 뿐만 아니라 압연상황에서 중요하게 다루어지는 압연롤들 사이에서 발생하는 선속도와 각속도에 관해서도 계산 할 수 있는 변환행렬이다. 또한, 힘/모멘트-자코비안 행렬은 유도된 속도-자코비안행렬에 가상일의 원리를 적용하여 12개의 작동기에 가하는 힘으로부터 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 힘/모멘트를 계산할 수 있을 뿐만 아니라 압연롤들 사이에서 발생하는 힘/ 모멘트에 대해서도 계산할 수 있는 변환행렬이다.

1. 속도-자코비안 행렬

기구학적 구속조건식인 (1)과 (10)을 이용하여 병렬형 압연기의 속도-자코비안 행렬을 유도한다. 우선, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 기구학적 구속조건식 (1)의 내적을 취하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_i\cdot\mathbf{a}_i=\mathbf{a}_i\cdot(\mathbf{d}-\mathbf{b}_i+{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i),\ i=1,2,\cdots,6. \tag{16}$$

(16)을 시간에 대해 미분하고, $\frac{d}{dt}({}^0R_1)=\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1$ 의 관계 (16)을 이용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_i\cdot\dot{\mathbf{a}}_i=\mathbf{a}_i\cdot(\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i),\ i=1,2,\cdots,6. \tag{17}$$

여기서 $\boldsymbol{\omega}_l=\begin{bmatrix}\omega_{l_X} & \omega_{l_Y} & \omega_{l_Z}\end{bmatrix}^T$ 은 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 회전각속도 벡터를 나타내며, (17)을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_i\cdot\dot{\mathbf{a}}_i&=\mathbf{a}_i\cdot\dot{\mathbf{d}}+\mathbf{a}_i\cdot(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i)\\&=\mathbf{a}_i\cdot\dot{\mathbf{d}}+{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i\cdot(\mathbf{a}_i\times\boldsymbol{\omega}_l)\\&=\mathbf{a}_i\cdot\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\cdot{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i\times\mathbf{a}_i,\ i=1,2,\cdots,6.\end{aligned} \tag{18}$$

또한, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 하판의 기준좌표계 로 표현된 위쪽 스튜어트 플랫폼의 기구학적 구속조건 식은 (10)이며, 이것의 내적을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{a}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot({}^0R_1{}^1R_2{}^1\mathbf{p}_i-{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0{}^0\boldsymbol{b}\\&+{}^0R_1{}^1\mathbf{t}+\mathbf{a}_i+\mathbf{b}_i-{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i-{}^0\mathbf{d}_0),\\&i=1,2,\cdots,6.\end{aligned} \tag{19}$$

(19)를 전개하여 다시 표현하면

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{a}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot(\mathbf{a}_i+\mathbf{b}_i-{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i+{}^0R_1{}^1\mathbf{t}-{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i-{}^0\mathbf{d}_0),\ i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{20}$$

이다. (20)을 시간에 대해 미분하여 정리하면

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i&=\boldsymbol{a}_i\cdot[\dot{\mathbf{a}}_i+\dot{\mathbf{b}}_i-({}^0\dot{R}_1{}^1\mathbf{p}_i+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{p}}_i)\\&+({}^0\dot{R}_1{}^1\mathbf{t}+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}})-({}^0\dot{R}_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1\dot{R}_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\dot{R}_0{}^0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0{}^0\dot{\boldsymbol{b}}_i)+({}^0\dot{R}_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i\\&+{}^0R_1{}^1\dot{R}_2{}^2\boldsymbol{p}_i+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\dot{\boldsymbol{p}}_i)-{}^0\dot{\mathbf{d}}_0],\ i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{21}$$

이다. 여기서 ${}^0\dot{\mathbf{d}}_0$, $\dot{\boldsymbol{p}}_i$, $\dot{\boldsymbol{b}}_i$, $\dot{\mathbf{p}}_i$, $\dot{\mathbf{b}}_i$ 는 각각 상수벡터 이므로 ${}^0\dot{\mathbf{d}}_0=\dot{\boldsymbol{p}}_i=\dot{\boldsymbol{b}}_i=\dot{\mathbf{p}}_i=\dot{\mathbf{b}}_i=\mathbf{0}$ 이고 (21)을 정리 하면

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot[\dot{\mathbf{a}}_i-({}^0\dot{R}_1{}^1\mathbf{p}_i)+({}^0\dot{R}_1{}^1\mathbf{t}+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}})\\&-({}^0\dot{R}_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^0R_1{}^1\dot{R}_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\dot{R}_0\boldsymbol{b}_i)+({}^0\dot{R}_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i+{}^0R_1{}^1\dot{R}_2{}^2\boldsymbol{p}_i),\\&i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{22}$$

이다. 여기서 $\frac{d}{dt}({}^1R_2)=\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^1R_2$, $\frac{d}{dt}({}^2R_0)=\boldsymbol{\omega}_u\times{}^2R_0$ 의 관계식[16]을 이용하면,

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot[\dot{\mathbf{a}}_i-(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i)+(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{t}+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}})\\&-(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1R_2\boldsymbol{\omega}_u\times{}^2R_0\boldsymbol{b}_i)+(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i\\&+{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i),\ i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{23}$$

이 된다. 여기서 $\boldsymbol{\omega}_u=\begin{bmatrix}\omega_{uX} & \omega_{uY} & \omega_{uZ}\end{bmatrix}^T$ 는 위쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 각 속도벡터이며, $\boldsymbol{\omega}_{pc}=\begin{bmatrix}\omega_{pcx} & \omega_{pcy} & \omega_{pcz}\end{bmatrix}^T$ 는 두 작업롤의 상대적인 각속도 벡터이다. 아래첨자 pc는 pair-crossing의 약자이다. $\boldsymbol{\omega}_l$, $\boldsymbol{\omega}_u$, $\boldsymbol{\omega}_{pc}$ 는 다음의 관계식 (24)을 만족한다. 왜냐하면 O_0 에서 O_0 까지의 벡터는 고정되어 있는 상수벡터 이므로 회전성분이 없기 때문에 $\mathbf{0}$ 이다.

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\omega}_l+{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}+{}^0R_1{}^1R_2\boldsymbol{\omega}_u=\mathbf{0},\\&{}^0R_1{}^1R_2\boldsymbol{\omega}_u=-\boldsymbol{\omega}_l-{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}.\end{aligned} \tag{24}$$

여기서 (17)의 $\dot{\mathbf{a}}_i=\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i$ 와 (24)를 (23)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot[(\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i)-(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{p}_i)\\&+(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1\mathbf{t}+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}})-(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i-\boldsymbol{\omega}_l\times{}^2R_0\boldsymbol{b}_i-{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^2R_0\boldsymbol{b}_i)\\&+(\boldsymbol{\omega}_l\times{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i+{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i)],\\&\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i=\boldsymbol{a}_i\cdot[\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\times({}^0R_1{}^1\mathbf{t}-{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i)-{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\times({}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&-{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i)+{}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}}],\ i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{25}$$

(25)를 전개하면

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\boldsymbol{a}}_i&=\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{a}_i\cdot(\boldsymbol{\omega}_l\times({}^0R_1{}^1\mathbf{t}-{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i))+\boldsymbol{a}_i\cdot(-{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\\&\times({}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i-{}^2R_0\boldsymbol{b}_i-{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i))+\boldsymbol{a}_i\cdot({}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}})\\&=\boldsymbol{a}_i\cdot\dot{\mathbf{d}}+\boldsymbol{\omega}_l\cdot({}^0R_1{}^1\mathbf{t}-{}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i+{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&+{}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i)\times\boldsymbol{a}_i-{}^0R_1\boldsymbol{\omega}_{pc}\cdot({}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i-{}^2R_0\boldsymbol{b}_i\\&-{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i)\times\boldsymbol{a}_i+\boldsymbol{a}_i\cdot({}^0R_1{}^1\dot{\mathbf{t}}),\ i=1,2,\cdots,6\end{aligned} \tag{26}$$

이 얻어진다. 이제, (18)과 (26)을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$L\dot{\mathbf{l}} = M\dot{\mathbf{o}}. \tag{27}$$

여기서

$\dot{\mathbf{l}} = \left[\|\dot{\mathrm{a}}_1\| \;\cdots\; \|\dot{\mathrm{a}}_6\| \;\; \|\dot{a}_1\| \;\cdots\; \|\dot{a}_6\|\right]^T$,

$\dot{\mathbf{o}} = [\dot{d}_X \;\; \dot{d}_Y \;\; \dot{d}_Z \;\; \omega_{lX} \;\; \omega_{lY} \;\; \omega_{lZ}$

$\quad \dot{t}_x \;\; \dot{t}_y \;\; \dot{t}_z \;\; \omega_{pcx} \;\; \omega_{pcy} \;\; \omega_{pcz}]^T$,

$$L = \begin{bmatrix} \|\mathrm{a}_1\| & & & & & \\ & \ddots & & & \mathbf{0}_{6\times6} & \\ & & \|\mathrm{a}_6\| & & & \\ & & & \|a_1\| & & \\ & \mathbf{0}_{6\times6} & & & \ddots & \\ & & & & & \|a_6\| \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T & (A_1\times\mathbf{a}_1)^T & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{0}_{1\times3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_6^T & (A_6\times\mathbf{a}_6)^T & \mathbf{0}_{1\times3} & \mathbf{0}_{1\times3} \\ \boldsymbol{a}_1^T & (B_1\times\boldsymbol{a}_1)^T & -{}^0R_1\boldsymbol{a}_1^T & (C_1\times\boldsymbol{a}_1)^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{a}_6^T & (B_6\times\boldsymbol{a}_6)^T & -{}^0R_1\boldsymbol{a}_6^T & (C_6\times\boldsymbol{a}_6)^T \end{bmatrix}$$

$A_i = {}^0R_1\mathbf{p}$,

$B_i = {}^0R_1{}^1\mathbf{t} - {}^0R_1{}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i + {}^2R_0\boldsymbol{b}_i + {}^0R_1{}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i$,

$C_i = {}^1R_2{}^2R_0\boldsymbol{b}_i - {}^2R_0\boldsymbol{b}_i - {}^1R_2{}^2\boldsymbol{p}_i,\; i = 1, 2, \cdots, 6$

이다. 즉,

$$\dot{\mathbf{o}} = M^{-1}L\dot{\mathbf{l}} = J_v\dot{\mathbf{l}} \tag{28}$$

으로 J_v 는 속도-자코비안행렬로 정의된다.

2. 힘-자코비안 행렬

힘-자코비안행렬은 12개의 작동기에서 발생하는 입력힘에 대해 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판과 압연롤들에서 발생하는 힘/모멘트의 관계를 나타내는 행렬이다. 즉, 12개의 작동기에서 발생하는 입력힘에 대한 출력인 양쪽(아래/위쪽)의 상판들의 힘과 모멘트는 압연롤들이 서로 맞닿아 있으므로 그대로 전달된다고 할 수 있다. 이 관계는 (28)에 가상일의 원리를 적용하여 유도할 수 있다.

(28)에 대한 변분을 취하면

$$\delta\mathbf{o} = J_v\delta\mathbf{l} \tag{29}$$

이 되며, 여기서, $\delta\mathbf{o} = [\delta d_X\, \delta d_Y\, \delta d_Z\, \delta\alpha\, \delta\beta\, \delta\gamma \;\; \delta t_x\, \delta t_y\, \delta t_z$ $\delta\alpha_{pc}\, \delta\beta_{pc}\, \delta\gamma_{pc}]^T$, $\delta\mathbf{l} = \left[\delta\|\mathrm{a}_1\| \cdots \delta\|\mathrm{a}_6\| \;\; \delta\|a_1\| \cdots \delta\|a_6\|\right]^T$ 이다.

이제, 가상일의 원리를 적용하여 12개의 작동기에 작용하는 힘에 대한 출력인 아래쪽 스튜어트 플랫폼과 위쪽 스튜어트 플랫폼의 상판 사이에서 발생하는 힘/모멘트 즉, 강판에 작용하는 힘/모멘트의 관계식을 유도한다. 12개의 작동기에서 발생하는 힘 $\mathbf{f} \overset{\Delta}{=} [f_{l1} \cdots f_{l6}\; f_{u1} \cdots f_{u6}]^T$ 이고, 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판과 압연롤들에서 출력되는 힘과 모멘트 를 각각 $\mathbf{F} = \left[F_X\; F_Y\; F_Z\; F_{rollx}\; F_{rolly}\; F_{rollz}\right]^T$, $\mathbf{M} = \left[M_X\; M_Y\; M_Z\; M_{pcx}\; M_{pcy}\; M_{pcz}\right]^T$ 라 하고, $\boldsymbol{\tau} \overset{\Delta}{=} \left[\mathbf{F}_l^T\; \mathbf{M}_l^T\; \mathbf{F}_{roll}^T\; \mathbf{M}_{pc}^T\right]^T$ 로 정의한다.

(29)에 가상일의 원리를 적용하면

$$\mathbf{f}^T\delta\mathbf{l} = \boldsymbol{\tau}^T\delta\mathbf{o} \tag{30}$$

이 된다. (29)을 (30)에 대입하면

$$(\mathbf{f}^T - \boldsymbol{\tau}^T J_v)\delta\mathbf{l} = 0 \tag{31}$$

이 된다. (31)에서 일반화된 좌표들의 가상변위 ($\delta\mathbf{l}$) 는 일차독립이기 때문에,

$$\mathbf{f} = J_v^T\boldsymbol{\tau} \tag{32}$$

이 된다. $J_f \overset{\Delta}{=} \left(J_v^T\right)^{-1}$ 를 정의하면 (32)은

$$\boldsymbol{\tau} = J_f\mathbf{f} \tag{33}$$

로 표현되며, J_f 는 힘-자코비안으로서 작동기에 작용 하는 힘을 상판과 압연롤들에 발생하는 힘/모멘트로 사상시키는 역할을 한다. (28)과 (33)에서 유도된 J_v 와 J_f 는 입력속도와 힘에 대해 출력특성을 결정하기 때문에 입출력의 범위와 조작성을 분석하는데 사용 된다.

3. 병렬형 압연기의 작업공간의 정의

[1]에서 기술된 작업공간의 정의를 적용하여 다음과 같이 두 종류의 작업공간을 정의한다. 여기서 정의되는 작업공간은 아래쪽의 스튜어트 플랫폼의 작업공간만을 고려하는 것으로 한다. 왜냐하면 강판의 일정한 두께를 얻어내기 위해서는 압연롤들이 맞닿은 상태에서 같은 방향으로 움직여야 하기 때문이다. 먼저, 압연롤의 병진변위에 초점을 맞춰 상판의 중심위치가 도달할 수 있는 범위를 지칭하는 위치작업 공간(position workspace)을 아래와 같이 정의한다.

$$\Omega = \{(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \mid -70 \le \Delta X \le 70,$$
$$-100 \le \Delta Y \le 100,\; 0 \le \Delta Z \le 150;\; \text{unit} = \text{mm}\} \tag{34}$$

여기서 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 는 압연롤의 병진변위량을 나타 낸다. 또한, 압연롤의 중심이 주어졌을 때 롤을 얼마만큼 회전시킬 수 있는가를 나타내는 회전작업 공간(orientation workspace)을 아래와 같이 정의한다.

$$\Delta = \{(\alpha, \beta, \gamma) \mid -1.42 \le \alpha \le 1.42,\; \beta = 0,\; -1 \le \gamma \le 1$$
$$;\; \text{unit} = {}^0\}. \tag{35}$$

여기서 α, β, γ 는 고정각도로 표현된 상판의 회전 변위량이

다. 표 1은 압연롤의 6자유도 운동과 제어목적 등을 비교하고 있고, 또한 각 운동에서 필요한 작업공간을 나타내고 있다.

표 1. 작업공간의 제원.
Table 1. Workspace specifications.

6자유도 운동		하판의 운동범위 (하부플랫폼)	상판의 운동범위 (상부플랫폼)	제어 목적
병진운동	판 진행 방향 (surge)	±70mm	±70mm	장력 제어
	롤 좌우 이동 (sway)	±100mm	±100mm	롤의 균일 마모
	롤 두께 방향 (heave)	150mm	150mm	판두께 제어
회전운동	X-축 회전 (roll)	$\pm 1.42^0$	$\pm 1.42^0$	균일 마모
	Y-축 회전 (pitch)	N/A	N/A	
	Z-축 회전 (yaw)	$\pm 1^0$	$\pm 1^0$	균일 마모

V. 병렬형 압연기의 조작성 해석 및 설계파라미터의 선정

1. 조작성해석

조작성해석이란 각각의 작동기에 일정크기의 선속도 성분 혹은 힘이 가해졌을 때 아래/위쪽의 상판들의 선속도/회전속도 및 힘/모멘트에 어떠한 영향을 미치는가를 분석하는 것이다.

일반적으로 입출력특성을 분석하기 위해서 단위 노옴(norm)의 입력에 대해 출력특성을 분석하는 경우가 많은데, 이것은 실제 전체 작동범위를 대표하지 않기 때문에 바람직하지 않다. 왜냐하면 각각의 작동기마다 발생하는 최대힘과 속도가 서로 다를 수 있기 때문이다. 그러므로 각각의 작동기에서 발생하는 최대힘과 속도로써 정규화(normalization)된 입력들을 사용하는 것이 바람직하다[17]. 정규화된 입력속도와 입력힘은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\dot{\mathbf{l}}} \overset{\Delta}{=} W_l^{-1}\dot{\mathbf{l}}, \tag{36}$$

$$\hat{\mathbf{f}} \overset{\Delta}{=} W_f^{-1}\mathbf{f}\,. \tag{37}$$

여기서

$W_l = diag(\|\dot{l}_1\|_{\max} \cdots \|\dot{l}_6\|_{\max}\ \|\dot{u}_1\|_{\max} \cdots \|\dot{u}_6\|_{\max})$,

$W_f = diag(f_{l1\max} \cdots f_{l6\max}\ \ f_{u1\max} \cdots f_{u6\max})$ 로써 12개의 작동기에서 발생 하는 최대선속도와 최대 힘들을 나타내며, ^은 정규화 된 값을 의미한다. 따라서 (36)와 (37)를 (28)와 (33)에 각각 대입하면 다음과 같은 가중자코비안이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_l \\ \boldsymbol{\omega}_l \\ \mathbf{v}_{roll} \\ \boldsymbol{\omega}_{pc} \end{bmatrix} = (J_v^{-1}W_l)\hat{\dot{\mathbf{l}}}, \tag{38}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_l \\ \mathbf{M}_l \\ \mathbf{F}_{roll} \\ \mathbf{M}_{pc} \end{bmatrix} = (J_f W_f)\hat{\mathbf{f}} \tag{39}$$

가 된다. 여기서 $\mathbf{v}_l, \boldsymbol{\omega}_l, \mathbf{F}_l, \mathbf{M}_l$ 은 각각 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 속도, 각속도, 힘과 모멘트 를 의미하고, $\mathbf{v}_{roll}, \boldsymbol{\omega}_{pc}, \mathbf{F}_{roll}, \mathbf{M}_{pc}$ 는 작업롤 사이 에서 발생하는 속도, 각속도, 힘과 모멘트를 나타낸다. 이것은 물리적인 측면에서 압연상황을 고려해 볼 때, 작업롤이 아래/위쪽의 상판들에 부착되어 있으므로 작동기에 작용하는 정규화된 입력(속도/힘)에 대해 각각의 상판들의 출력(힘/모멘트)는 작업롤 사이에서 발생한다고 할 수 있다. 즉, 아래/위쪽 스튜어트 플랫폼은 상호 종속되어 있으며 양쪽 스튜어트 플랫폼은 강체이므로 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 상판의 출력은 압연롤에 그대로 전달된다. 결국, 강판에 전달되는 출력은 $\mathbf{v}_{roll}, \boldsymbol{\omega}_{pc}, \mathbf{F}_{roll}, \mathbf{M}_{pc}$ 이므로, 본 논문에서는 $\mathbf{v}_l,\ \boldsymbol{\omega}_l, \mathbf{F}_l, \mathbf{M}_l \in \mathbf{R}^{3\times1}$ 은 고려하지 않는다. (38)과 (39)을 속도/각속도와 힘/모멘트 부분으로 나누면 다음과 같다[2].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{roll} \\ \boldsymbol{\omega}_{pc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{\mathbf{v}o} \\ \hat{J}_{\boldsymbol{\omega}o} \end{bmatrix} \hat{\dot{\mathbf{l}}}, \tag{40}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{roll} \\ \mathbf{M}_{pc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{\mathbf{F}o} \\ \hat{J}_{\mathbf{M}o} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}\,. \tag{41}$$

여기서 $\mathbf{v}_{roll}, \boldsymbol{\omega}_{pc}, \mathbf{F}_{roll}, \mathbf{M}_{pc} \in \mathbf{R}^{3\times1}$ 이고,

$\hat{J}_{\mathbf{v}o}, \hat{J}_{\boldsymbol{\omega}o}, \hat{J}_{\mathbf{F}o}, \hat{J}_{\mathbf{M}o} \in \mathbf{R}^{3\times12}$ 이며, 아래첨자 o 는 출력(output)분석을 위한 자코비안행렬이라는 의미이다. (40)과 (41)에서 4개의 가중자코비안행렬의 해석절차는 모두 동일하므로 하나의 가중자코비안을 선택하여 해석할 수 있다. 여기서 가중자코비안행렬의 해석절차 는 참고문헌[17]의 과정을 따른다.

조작성을 해석하기 위해서, 조작성 타원체는 매우 유용한 지수이며, 그것은 입력공간에서 단위구가 자코 비안에 의해 사상되어 나타나는 출력공간에서 알 수 있다. 타원체의 장축과 단축은 롤들의 최대와 최소의 성능을 발휘하는 방향을 나타내며 주축의 길이에 비례하게 된다. 여기서 주축의 길이와 방향은 특이값 분해를 통해서 알 수 있다. 만약 타원체가 크고 원에 가까울수록 빠르고 큰 힘을 발휘하게 된다.

주어진 가중자코비안에 대해 출력 조작성 타원체의 체적(manipulability ellipsoid volume, MEV)과 조건수 (condition number, CN)는

$$MEV \overset{\Delta}{=} \frac{\pi^{\frac{v}{2}}}{\Gamma(1+\frac{v}{2})} \prod_{i-1}^{v} \sigma_i \,, \tag{42}$$

$$CN \overset{\Delta}{=} \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \tag{43}$$

와 같이 정의된다[2]. 여기서 v 은 조작성타원체의 차원이고, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수 (gamma function)이다. 조작성타원체의 체적과 조건수의 물리적인 의미는 다음과 같다. 조작성타원체의 체적은 커질수록 주어진 입력에 대한 전체 출력은 커진다. 즉, 단위 입력에 대한 임의의 방향으로의 출력의 크기를 나타낸다. 조건수는 가중자코비안의 방향에 관한 특성을 나타내며, 커질수록 심각한 상황을 만든다. 왜냐하면, 조건수는 기구학적 형상에 의존하고 조건수가 커지면 특이형상에 가깝게 되기 때문이다[17]. 따라서, 조건수가 커질수록 원하는 방향으로 원하는 출력을 낼 수 없는 상황을 만든다. 그러므로 조건수가 작고 체적은 커지는 것이 바람직하다. 그러나 조작성타원체 의 체적이 크다고 해서 조건수가 좋다고는 할 수 없고, 조건수가 좋다고 해서 조작성타원체의 체적이 크다고 할 수는 없다. 따라서, 어느 한 지수만을 택하여 기구학적 최적설계를 하는 것은 바람직하지 않다[18].

[1]과 같이 새로운 조작성지수를 도입하여 전체의 작업공간에 대해 적분하는 포괄적인 성능지수를 정의하면,

$$\Lambda_i = \frac{\int_\Omega \lambda_i(r_{lb}, r_{ub}, \phi_{lb}, \phi_{ub}, \phi_{lp}, \phi_{up}) d\Omega}{\int_\Omega d\Omega}, \tag{44}$$

$i = 1, 2, 3, 4$

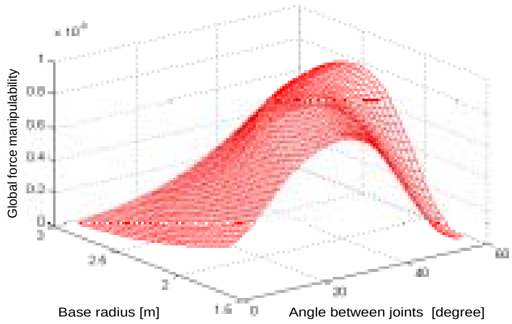
이 된다. 여기서 Ω 는 작업공간 전영역, λ_i 는 지역조작성, Λ_i 는 전역조작성을 나타내고, 그림 6에서처럼 r_{lb} 는 아래쪽 스튜어트 플랫폼의 하판의 반경이고, r_{ub} 는 위쪽 스튜어트 플랫폼의 하판의 반경을 나타낸다. 그리고 $2\phi_{lb}$ 와 $2\phi_{ub}$ 는 각각 아래/위쪽 스튜어트 플랫폼의 하판들에 위치한 두 조인트 사이의 각도를 나타내며, $2\phi_{lp}$ 와 $2\phi_{up}$ 는 각각 아래/위쪽 스튜어트 플랫폼의 상판에 위치한 두 조인트 사이의 각도를 나타낸다. 상판의 반경 r_{lp} 와 r_{up} 가 성능지수의 변수에 포함되지 않는 것은 상판의 중심에 롤이 부착되므로 상판의 반경들은 롤의 길이에 의해 미리 결정된다고 가정을 한 것이기 때문이다.

결국, 전역조작성 지수는 기구학적 설계 파라미터 들을 변수로 하는 함수가 된다. 만일 속도조작성이 크다면 메커니즘이 빠른 응답특성을 보이며, 힘/모멘트 조작성이 크다면 메커니즘은 작동기의 작은 힘으로도 외부력에 의한 큰 하중을 지지할 수가 있다.

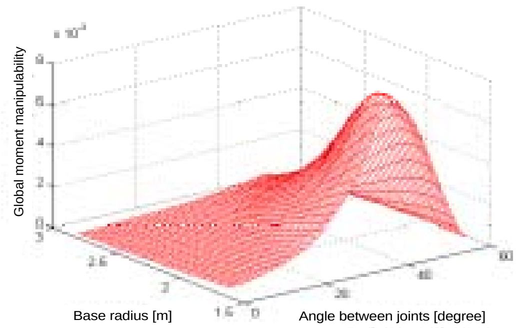
제안된 병렬형 압연기의 조작성해석의 당위성을 검증하기 위해서, [1]에서 한 개의 스튜어트 플랫폼만을 대상으로 얻은 조작성해석의 결과와 두개의 스튜어트 플랫폼을 대상으로 얻은 결과를 비교한다. 그림 6은 하나의 스튜어트 플랫폼만을 고려한 경우의 힘/모멘트 조작성의 3D분포를 나타낸 것이고, 그림 7은 두개의 스튜어트 플랫폼을 고려한 경우의 힘/모멘트 조작성의 3D분포를 나타낸 것이다. 그림 6(a)와 그림 7(a)를 살펴보면, 하나의 스튜어트 플랫폼만을 고려한 경우보다 두개의 스튜어트 플랫폼을 고려한 경우가 동일한 설계 파라미터의 변화에 대해 전역 작업공간의 힘 조작성지수의 최대값 이 더 큰 것을 확인할 수 있다. 즉, 이것은 전체의 작업공간 내에서 힘 조작성지수를 최대로 하는 설계파라미터 값에 대해 동일한 입력힘이 주어졌을 때 하나의 스튜어트 플랫폼을 고려한 경우 보다 두개의 스튜어트 플랫폼 을 설계대상으로 고려한 것의 출력힘이 더 크다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 [1]과 조건수는 동일하지만 조작성타원체의 체적이 커지기 때문에 전체 작업공간 내에서 출력힘이 커지게 되는 것이다. 또한, 그림 6(b)와 그림 7(b)의 모멘트 조작성지수를 살펴보면 서로 유사한 모멘트 전달특성 을 갖는다는 것을 알 수 있다. 모멘트의 전달특성이 서로 유사하게 나타나는 이유는 IV장의 3절의 표 1에서 알 수 있듯이, 압연상황을 고려해 볼 때 회전 작업공간이 크지 않기 때문이다.

2. 기구학적 설계파라미터의 결정

병렬형 압연기의 정적기준상태(static equilibrium position)는



(a) 전역 힘-조작성의 3D분포:
하나의 스튜어트 플랫폼의 경우.



(b) 전역 모멘트-조작성의 3D분포.
하나의 스튜어트 플랫폼의 경우.

그림 6. 하나의 스튜어트 플랫폼을 설계대상으로 한 경우의 힘- 및 모멘트-조작성의 3D특성.

Fig. 6. 3D plots of the global force and moment manipulability measures: One Stewart platform case.

아래/위쪽 스튜어트 플랫폼의 각각의 상/하판 좌표계의 원점들사이의 위치벡터가 $\mathbf{d}=[0 \quad 0 \quad 0.8]^T$, $\boldsymbol{d}=[0 \quad 0 \quad 0.8]^T$, $\mathbf{t}=[0 \quad 0 \quad 0.8]^T$ 이고 회전변환행렬 ${}^0R_1$, ${}^2R_0$, ${}^1R_2$ 가 단위행렬인 경우로 가정한다. 따라서 작업공간 상에서의 압연롤의 위치와 방향은 이제 정적기준상태로부터 벗어난 양으로 표시 될 수 있다.

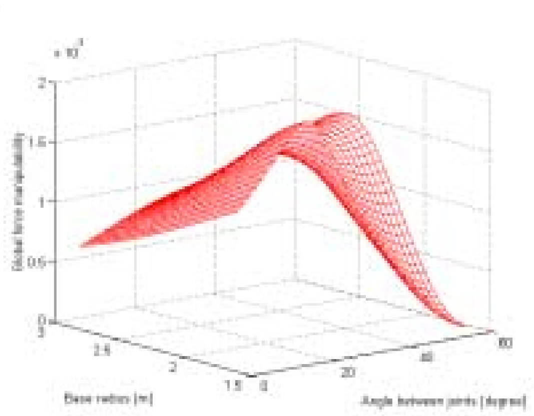
최적의 값을 도출하기 위한 설계파라미터의 변동 범위는 다음과 같다.

설계 파라미터의 변동범위: $0^0 < 2\phi < 60^0$,
$1{,}620\text{mm} \le r \le 2{,}850\text{mm}$.

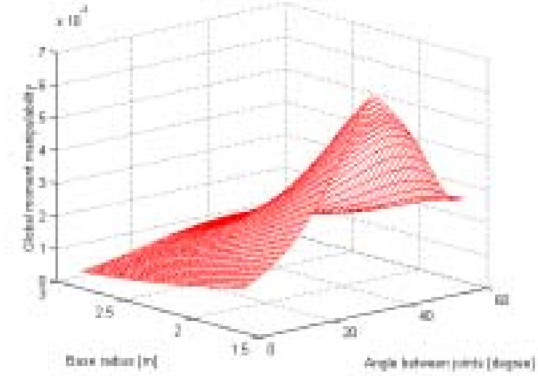
여기서 $\phi=\phi_{lb}=\phi_{lp}=\phi_{ub}=\phi_{up}$ 이며, $r=r_{lb}=r_{ub}$ 이다. 위에서 언급한 한계 값들은 다음과 같은 의미를 가진다. 조인트 사이의 각도가 0^0 가 되는 것은 두개의 유압실린더가 한 지점에 중복되는 형상이 되어 3자유도 운동만이 가능하기 때문에 6자유도 병렬형 압연기의 설계에 적절하지 못하며, 60^0 의 경우는 기구학적 특이형상이 발생하므로 적절하지 못하다[8,9]. 1,620mm 는 압연롤의 길이로부터 주어지는 값으로 결국 아래/위쪽의 하판의 반경의 최소값이 되며, 2,850mm 는 스탠드의 크기 즉, 스탠드의 길이에 의해 제한되는 값이다. 위에서 제시한 수치들은 설계상의 가정이며, 만약, 하판의 반경과 상판의 반경이 같게 되면, 모멘트 전달특성이 좋아질 수 있다[2].

기구학적 파라미터를 결정하기 위해서 그림 7에 나타난 전역 힘-조작성과 전역 모멘트-조작성을 합한 것을 등고선으로 표현하면 그림 8과 같다. 그림 8과 같이 표현하는 이유는 그림 7에서의 힘/모멘트-조작성을 동시에 최대화시키는 영역을 찾아내는 것이 어려울 뿐만 아니라, 힘과 모멘트의 차원이 다르기 때문이다. 따라서, 두 조작성을 각각의 최대값으로 나누어 차원을 같게 하여야 한다. 이때, 두 조작성을 최대로 하는 공통영역의 기구학적 설계값의 범위는 하판반경의 경우 1,620mm ~ 1,820mm 이고, 조인트 사이의 각도는 $17.5^0 \sim 35.5^0$ 이다. IV장의 3절에서 정의된 작업공간을 병렬형 압연기의 롤이 움직인다면, (1)에 의해 $\mathbf{a}_i$ ($i=1,2,\ldots,6$)가 구해지고 이것을 (10)에 대입하여 작동기의 최소길이와 최대길이를 결정할 수 있다. 왜냐하면 $\mathbf{b}_i$, $\mathbf{p}_i$, $\boldsymbol{b}_i$, $\boldsymbol{p}_i$, $i=1,2,\ldots,6$ 는 모두 기구학적 설계로 인해 결정되고, 회전변환행렬 ${}^0R_1$ 과 ${}^2R_0$ 은 IV장의 3절의 병렬형 압연기의 작업공간에 의해 결정되며, ${}^1R_2$ 는 ${}^0R_1$ 과 ${}^0R_2$ 의 상대적인 회전량이므로 결정할 수 있다. 그리고 $\mathbf{t}$ 는 위치작업공간에 의해 결정된다. 아래/위쪽 스튜어트 플랫폼의 작업공간이 동일하므로, V장의 1 절에서 언급한 힘/모멘트 조작성을 최대로 하는 기구학적 설계값의 범위내에서 임의로 결정할 수 있다.

전역 조작성 지수를 최대로 하는 설계파라미터의 값들을



(a) 전역 힘-조작성의 3D분포: 두개의 스튜어트 플랫폼의 경우.



(b) 전역 모멘트-조작성의 3D분포: 두개의 스튜어트 플랫폼의 경우.

그림 7. 두개의 스튜어트 플랫폼을 설계대상으로 한 경우의 힘- 및 모멘트-조작성의 3D특성.
Fig. 7. 3D plots of the global force and moment manipulability measures: Two Stewart platforms case.

표 2에 요약한다. 표 2에서 보면, 전역 속도-조작성 지수는 압연기 설계 시 고려대상에서 제외시킬 수 있는데, 그 이유는 압연기의 경우 압연두께와 롤교차 등의 급격한 변화 보다는 압연 힘 및 모멘트가 중요하기 때문이다. 표 3은 하나의 스튜어트 플랫폼을 설계대상으로 한 경우의 기구학적 최적 설계 값이며[1], 두개의 스튜어트 플랫폼의 기구학적 최적설계에 의해 결정된 최종적인 값들은 표 4에 나타나 있다. 표 3과 표 4를 서로 비교하면 상판의 반경은 압연롤의 길이에 의해 주어지므로 동일하며, 하판의 반경과 관절 사이의 각도를 작게 설계할 수 있는데, 이것의 장점은 하판의 반경이 작아지므로 실제 압연기의 크기를 작게 할 수 있으며, 관절 사이의 각도의 배치는 대칭적인 구조라는 특성으로 인하여 작아지게 된다. 그리고 최대/최소 작동기의 길이 변화의 범위가 더 넓은데, 이것의 장점은 병렬형 압연기는 작동기의 길이변화에 의해 상판들의 위치와 방향이 결정되며 상판의 위치와 방향은 압연롤에 그대로 전달되기 때문에 더욱 정밀한 강판을 생산할 수 있다.

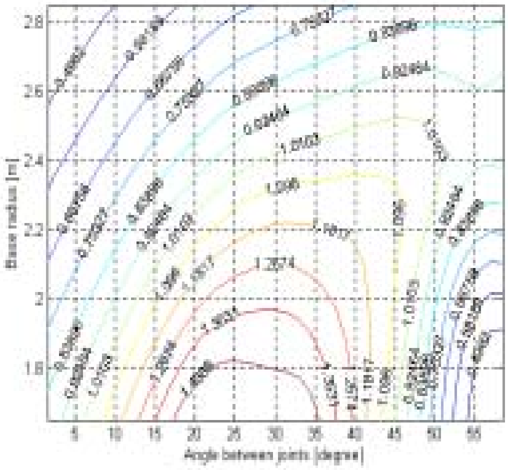


그림 8. 전역 힘- 및 모멘트-조작성의 등고선도: 두개의 스튜어트 플랫폼 경우.

Fig. 8. 2D contours of the global force and moment manipulability measures: Two Stewart platforms case.

VI. 결론

본 논문에서는 기존의 압연기의 문제점을 개선하기 위하여 두개의 스튜어트 플랫폼을 압연기에 적용한 새로운 구조의 압연기 모델을 제시하였다. 제안된 병렬형 압연기의 기구학적 구속조건식과 속도- 및 힘-자코비안을 유도하였으며, 압연상황을 고려하기 위한 작업공간을 정의하였다. 자코비안들로부터 유도된 조작성타원체의 체적과 조건수의 비로서 정의된 조작성지수가 압연공정시의 작업공간 내에서 최대가 되도록 함으로써, 하판의 반경과 작동기의 배치 및 최적길이를 설계하였다. 제안된 병렬형 압연기는 두개의 스튜어트 플랫폼을 동시에 고려하는 모델이기 때문에 하나의 스튜어트 플랫폼을 고려한 경우보다 작업롤들의 운동을 자세히 표현하는 것이 가능하였고, 이것의 타당성 검증을 위하여 조작성 해석의 결과를 비교하였다. 본 논문에서는 6개의 작동기의 입력힘이 아닌 12개의 작동기의 입력힘을 고려하였을 때, 압연롤들의 힘과 모멘트가 최대가 되는 최적의 설계값을 도출하여 [1]의 설계값과 비교함으로써 보다 압연상황에 더 적절하다는 것을 보였다. 추후과제로 동역학적인 최적설계와 함께 제어적인 측면에서 강판의 두께제어, 장력제어와 같은 통합제어에 관한 연구가 진행될 예정이다.

표 2. 전역 조작성지수를 최적화한 설계값의 변동범위.

Table 2. Link parameters optimized by manipulability measures.

	r_b[mm]	$2\phi_p[^0]$	$2\phi_b[^0]$	비고
전 작업공간 힘-조작성	1,620~ 1,820	17.5~ 35.5	17.5~ 35.5	중요
전 작업공간 모멘트-조작성	1,620~ 1,820	17.5~ 35.5	17.5~ 35.5	중요
전 작업공간 병진속도-조작성	1,850, 2,850	60	60	중요 하지 않음
전 작업공간 회전속도-조작성	2,850	60	60	중요 하지 않음

표 3. 기구학적 최적설계에 따른 최종제원:하나의 스튜어트 플랫폼인 경우.

Table 3. Final specifications obtained by kinematics optimization: One Stewart platform case.

기구학적 최적설계 결과	상판 반경 (r_p)	하판 반경 (r_b)	관절각도 ($\phi_b = \phi_p$)	최소 다리 길이 ($l_{\min}$)	최대 다리 길이 ($l_{\max}$)
	1,620 mm	1,900 mm	41^0	907.7 mm	1,269.3 mm

표 4. 기구학적 최적설계에 따른 최종제원:두개의 스튜어트 플랫폼인 경우.

Table 4. Final specifications obtained by kinematics optimization: Two Stewart platform case.

기구학적 최적설계 결과	상판 반경 ($r_{lp} = r_{up}$)	하판 반경 ($r_{lb} = r_{ub}$)	관절 각도 ($2\phi_{lb} = 2\phi_{lp}$) ($2\phi_{ub} = 2\phi_{up}$)	최소 다리 길이 ($l_{\min}$)	최대 다리 길이 ($l_{\max}$)
	1,620mm	1,800 mm	32°	716.6 mm	1,730.3 mm

참고문헌

[1] K. S. Hong, S. H. Lee, and C. Choi, “Optimal Design of a New Rolling Mill Based upon Stewart Platform: Maximization of Manipulability,” *(in Korean) Journal of Control, Automation, and Systems Engineering,* vol. 8, no. 9, pp. 764-775, 2002.

[2] B. J. Ahn and K. S. Hong, "Force/Moment Transmissionability Analysis of a Parallel Manipulator," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering,* vol. 13, no. 4, pp. 109-121, 1996.

[3] B. Dasgupta and T. S. Mruthyunjaya, “The Stewart Platform Manipulator: A Review,” *Mechanism and Machine Theory,* vol. 35, pp. 15-40, 2000.

[4] E. F. Fichter, “A Stewart Platform Based Manipulator: General Theory and Practical Construction,” *International Journal of Robotics Research,* vol. 5, no. 2, pp. 157-181, 1986.

[5] D. Stewart, “A Platform with Six Degrees of Freedom,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,* vol. 180, no. 15, pp. 371-386, 1965.

[6] W. D. Callister, Materials Science and Engineering, 3rd edition, *John Wiley & Sons,* 1994.

[7] C. M. Gosselin and J. Angeles, “Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains,” *IEEE Transactions on Robotics and*

Automation, vol. 6, no. 3, pp. 281-290, 1990.

[8] D. Kim and W. Chung, "Analytic Singularity Equation and Analysis of Six-DOF Parallel Manipulators Using Local Structurization Method," *IEEE Transactions on Robotics and Automation,* vol. 15, no. 4, pp. 612-622, 1999.

[9] O. Ma and J. Angeles, "Architecture Singularities of Platform Manipulators," *IEEE International Conference on Robotics and Automation,* Sacramento, California, pp. 1542-1547, 1991.

[10] M. K. Lee and K W. Park, "Kinematic and Dynamic Analysis of a Double Parallel Manipulator for Enlarging workspace and Avoiding Singularities," *IEEE Transaction on Robotics and Automation,* vol. 15, no. 6, pp. 1024-1034, 1999.

[11] M. K. Lee and K W. Park, "Workspace and Singularity Analysis of a Double Parallel Manipulator," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,* vol. 5, no. 4, pp. 367-375, 2000.

[12] M. K. Lee and K W. Park, "Singularity Analysis with respect to the Workspace of a Double Parallel Manipulator," *KSME International Journal,* vol. 13, no. 4, pp. 368-375, 1999.

[13] L. Baron and J. Angeles. "The Direct Kinematics of Parallel Manipulators under Joint-Sensor Redundancy," *IEEE Transactions on Robotics and Automation,* vol. 16, no. 1, pp. 12-19, 2000.

[14] J. P. Merlet, Parallel Robots, Kluwer Academic Publishers, 2000.

[15] P. Nanua, K. J. Waldron, and V. Murthy, "Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform," *IEEE Transactions on Robotics and Automation,* vol. 6, no. 4, pp. 438-444, 1990.

[16] M. W. Spong and M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, *John Wiley & Sons,* 1989.

[17] K. S. Hong and J. G. Kim, "Manipulability Analysis of a Parallel Machine Tool: Application to Optimal Link Parameter Design," *Journal of Robotics Systems,* vol. 17, no. 8, pp. 403-415, 2000.

[18] B.-J. Yi, W.-K. Kim, and K.-K. Huh, "Kinematic/ Dynamic Optimal Design of a Stewart Platform Mechanism," *Journal of Control, Automation, and Systems Engineering,* vol. 2, no. 1, pp.45-52, 1996.

이 준 호

1973년 11월 15일생. 1997-2000 동명정보대학교 로봇시스템공학과(공학사). 1994-1996 군복무 (보병). 2001-2003 부산대학교 대학원 지능기계공학과 공학석사. 관심분야는 적응제어, 병렬기구 로봇시스템, 지능형 로봇시스템, 로봇 비젼시스템, 로봇제어.

홍 금 식

1957년 8월 25일생. 1975-1979 서울대학교 기계설계학과 (공학사). 1985-1986 Columbia University (New York) 기계공학과 (공학석사). 1987-1991 University of Illinois at Urbana-Champaign (UIUC) 응용수학과 (이학석사) 및 기계공학과 (공학박사). 1991-1992 UIUC 기계공학과 Post-doctral Fellow. 1979-1982 군복무 (포병). 1982-1985 대우중공업 (인천) 기술연구소 연구원 (소음/진동 담당). 1993-현재 부산대학교 공과대학 전임강사, 조교수, 부교수. 1996-1999 제어 자동화 시스템공학 논문지 편집위원. 2000-현재 Automatica, Associate Editor. 관심분야는 시스템이론, 적응제어, 비선형제어, 분포매개변수시스템의 제어.